

MATEMATICĂ

TEME RECAPITULATIVE

CLASA A VII-A

ALGEBRĂ	5
CAPITOLUL I. MULȚIMEA NUMERELOR REALE	7
I.1. Rădăcina pătrată a unui număr natural. Estimarea rădăcinii pătrate dintr-un număr rațional	7
I.2. Rădăcina pătrată a unui număr rațional nenegativ	9
I.3. Mulțimea numerelor reale	10
I.4. Reguli de calcul cu radicali. Produsul radicalilor. Cățul radicalilor	11
I.5. Scoaterea factorilor de sub radical. Introducerea factorilor sub radical	12
I.6. Operații cu numere reale	12
I.7. Raționalizarea numitorului unei fracții	13
I.8. Formule de calcul prescurtat	15
I.9. Ecuații de forma $x^2 = a$, $a \in \mathbb{R}$	17
CAPITOLUL II. ECUAȚII ȘI SISTEME DE ECUAȚII LINIARE	18
II.1. Ecuații de gradul I cu o necunoscută	18
II.2. Sisteme de două ecuații de gradul I cu două necunoscute	20
II.3. Rezolvarea problemelor cu ajutorul ecuațiilor și al sistemelor de ecuații liniare	22
CAPITOLUL III. ELEMENTE DE ORGANIZARE A DATELOR	25
III.1. Produsul cartezian a două mulțimi nevide. Sisteme de axe ortogonale în plan. Reprezentarea punctelor în sistem de axe ortogonale. Distanța dintre două puncte din plan	25
GEOMETRIE	27
CAPITOLUL I. PATRULATERUL	29
I.1. Patrulatere convexe	29
I.2. Paralelogramul	29
I.3. Linia mijlocie în triunghi	30
I.4. Dreptunghiul	30
I.5. Rombul	30
I.6. Pătratul	31
I.7. Trapezul	31
I.8. Aria triunghiului	32
I.9. Aria patrulaterului	33
CAPITOLUL II. CERCUL	35
CAPITOLUL III. ASEMĂNAREA TRIUNGHILOR	37
III.1. Teorema lui Thales	37
III.2. Teorema fundamentală a asemănării	37
CAPITOLUL IV. RELAȚII METRICE ÎN TRIUNGHIL DREPTUNGHIC	39
PROBLEME RECAPITULATIVE	43
INDICAȚII ȘI SOLUȚII	46
NOTIȚELE ELEVULUI	59

1

MULȚIMEA NUMERELOR REALE

- I.1. Rădăcina pătrată a unui număr natural. Estimarea rădăcinii pătrate dintr-un număr rațional
- I.2. Rădăcina pătrată a unui număr rațional nenegativ
- I.3. Mulțimea numerelor reale
- I.4. Reguli de calcul cu radicali. Produsul radicalilor. Câtul radicalilor
- I.5. Scoaterea factorilor de sub radical. Introducerea factorilor sub radical
- I.6. Operații cu numere reale
- I.7. Raționalizarea numitorului unei fracții
- I.8. Formule de calcul prescurtat
- I.9. Ecuații de forma $x^2 = a$, $a \in \mathbb{R}$

2

ECUAȚII ȘI SISTEME DE ECUAȚII LINIARE

- II.1. Ecuații de gradul I cu o necunoscută
- II.2. Sisteme de două ecuații de gradul I cu două necunoscute
- II.3. Rezolvarea problemelor cu ajutorul ecuațiilor și al sistemelor de ecuații liniare

3

ELEMENTE DE ORGANIZARE A DATELOR

- III.1. Produsul cartezian a două mulțimi nevide.
- Sisteme de axe ortogonale în plan.
- Reprezentarea punctelor în sistem de axe ortogonale.
- Distanța dintre două puncte din plan

I.1. RĂDĂCINA PĂTRATĂ A PĂTRATULUI UNUI NUMĂR NATURAL. ESTIMAREA RĂDĂCINII PĂTRATE DINTR-UN NUMĂR RAȚIONAL

1. Stabiliți care dintre următoarele numere sunt pătrate perfecte:

- a) 25, 9, 35, 46, 144, 180, 289, 324, 340, 361;
 b) 15^2 , $(-7)^4$, 3^{10} , $(-10)^5$, $(-14)^{12}$, $(-7)^9$, $(-24)^7$, $(-32)^6$;
 c) 7^{6n} , 5^{4n+2} , 18^{n^2+1} , 17^{n^2+n} , 14^{n^2-n+4} , $n > 1$, $n \in \mathbb{N}$.

2. Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:

- a) $\sqrt{81} = 9$; b) $\sqrt{7^2} = 7$; c) $\sqrt{(-6)^2} = -6$; d) $\sqrt{(-108)^2} = -108$;
 e) $\sqrt{64a^2} = 8a$, $a < 0$; f) $\sqrt{(-36a^2)^2} = 36a^2$; g) $\sqrt{25a^4b^2} = 5a^2b$, $b < 0$.

3. Rezolvați ecuațiile:

- a) $x^2 = 49$; b) $x^2 = 121$; c) $4x^2 = 1600$; d) $5x^2 = 320$;
 e) $-3x^2 = -48$; f) $x^2 + 16 = 241$; g) $2x^2 - 25 = 263$; h) $3x^2 - 256 = 716$.

4. Folosind formula $1 + a + a^2 + a^3 + \dots + a^n = \frac{a^{n+1} - 1}{a - 1}$, unde $a \neq 1$, $n \in \mathbb{N}^*$, calculați:

- a) $\sqrt{x+1}$, unde $x = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{2019}$;
 b) $\sqrt{2x+1}$, unde $x = 1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{2017}$;
 c) $\sqrt{4x+1}$, unde $x = 1 + 5 + 5^2 + 5^3 + \dots + 5^{2015}$;
 d) $\sqrt{8x+1}$, unde $x = 1 + 3^2 + 3^4 + 3^6 + \dots + 3^{2014}$;
 e) $\sqrt{35x+1}$, unde $x = 1 + 6^2 + 6^4 + 6^6 + \dots + 6^{2010}$.

5. Calculați numărul natural x și arătați că este pătratul unui număr natural, apoi calculați $\sqrt{x}$:

- a) $x - 4 = 3(4 + 4^2 + 4^3 + \dots + 4^{2016})$;
 b) $x - 9 = 8(9 + 9^2 + 9^3 + \dots + 9^{2018})$;
 c) $x - 16 = 15(16 + 16^2 + 16^3 + \dots + 16^{2020})$.

6. Arătați că numărul x este pătrat perfect, pentru orice $n \in \mathbb{N}$, unde $x = 3^{2n+5} \cdot 4^{2n+5} - 2^{2n+3} \cdot 6^{2n+5}$.

7. Arătați că, pentru orice $n \in \mathbb{N}$, următoarele numere nu sunt pătrate perfecte:

- a) $x = 5n + 2$; b) $x = 15n + 7$; c) $x = 25n - 8$; d) $x = 10n + 3$;
 e) $x = 6^n + 7$; f) $x = 10^n + 8$; g) $x = 21^n + 36$; h) $x = 15^n + 28$.

8. Arătați că numerele de mai jos nu sunt pătrate perfecte:

- a) $x = 8 + 8^2 + 8^3 + 8^4 + \dots + 8^{2013}$; b) $x = 7 + 7^2 + 7^3 + 7^4 + \dots + 7^{2009}$.

9. Fie numărul natural $a = 8^{2n} \cdot 225^{n+1} + 15^{2n} \cdot 64^{n+1}$, unde $n \in \mathbb{N}^*$. Arătați că numărul $\sqrt{a}$ este număr natural par, pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$.

10. Se consideră numărul $a = 9^{3n+3} \cdot 60^{2n} + 9^{2n+1} \cdot 12^{2n+2} \cdot 15^{2n} + 9^{3n+1} \cdot 12^{2n} \cdot 5^{2n+2} \cdot 16$, unde $n \in \mathbb{N}^*$. Arătați că numărul $\sqrt{a}$ este număr natural par, pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$.

11. Efectuați:

a) $\sqrt{15^2}, \sqrt{21^4}, \sqrt{(-29)^2}, \sqrt{(-5)^6}, \sqrt{(-11)^4}, \sqrt{a^2}, \sqrt{a^4}, \sqrt{a^6}, a \in \mathbb{Z}$;

b) $\sqrt{2^6 \cdot 3^4}, \sqrt{12^2 \cdot 7^2}, \sqrt{2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^4}, \sqrt{2^2 \cdot 3^4 \cdot 5^2}, \sqrt{2^2 \cdot 5^2 \cdot 7^2}$;

c) $\sqrt{(-2)^2 \cdot (-3)^4}, \sqrt{(-2)^4 \cdot (-3)^2 \cdot (-5)^2}, \sqrt{(-2)^4 \cdot (-5)^2 \cdot (-7)^2}$;

d) $\sqrt{(-17)^2}, \sqrt{(-21)^4}, \sqrt{(-27)^6}, \sqrt{(-31)^8}, \sqrt{(-15)^6}, \sqrt{(-28)^4}$.

12. Calculați rădăcina pătrată, folosind algoritmul de extragere a rădăcinii pătrate:

a) $\sqrt{4096}, \sqrt{2304}, \sqrt{3136}, \sqrt{1764}, \sqrt{5184}, \sqrt{7056}$;

b) $\sqrt{15376}, \sqrt{18496}, \sqrt{29584}, \sqrt{132496}, \sqrt{104976}$.

13. Calculați:

a) $\sqrt{55696} - \sqrt{54756} + \sqrt{9216}$;

b) $\sqrt{186624} - \sqrt{419904} + \sqrt{148996}$.

14. Calculați:

a) $\sqrt{5^2 + 12^2}$;

b) $\sqrt{8^2 + 15^2}$;

c) $\sqrt{7^2 + 24^2}$;

d) $\sqrt{9^2 + 12^2 + 20^2}$;

e) $\sqrt{20^2 - 16^2 + 9^2}$;

f) $\sqrt{45^2 - 27^2 + 48^2}$;

g) $\sqrt{3^2 \cdot 30^2 - 3^2 \cdot 18^2 + 3^2 \cdot 32^2}$.

15. Determinați-l pe $x \in \mathbb{N}$, știind că:

a) $\sqrt{2^{3960} - 2^{3959} - 2^{3958} - \dots - 2^{2004}} = 2^{6x}$;

b) $\sqrt{3^{2020} - 2 \cdot 3^{2019} - 2 \cdot 3^{2018} - 2 \cdot 3^{2017} - \dots - 2 \cdot 3^2 - 2 \cdot 3 - 2} = 3^x$.

16. Demonstrați că numărul $A = 80 \cdot 5^{2n} \cdot 4^{3n} + 20 \cdot 10^{2n} \cdot 2^{4n}$ este pătrat perfect pentru orice $n \in \mathbb{N}$.

17. Determinați numărul natural x care verifică egalitatea:

$$\sqrt{1 \cdot 4 + 3 \cdot 4 + 3 \cdot 4^2 + 3 \cdot 4^3 + \dots + 3 \cdot 4^{2020} + 3 \cdot 4^{2021}} = 2^{6x}.$$

18. Calculați valoarea numărului:

$$x = \sqrt{\left[\left(\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{53 \cdot 54} \right) - \left(\frac{1}{54 \cdot 55} + \frac{1}{55 \cdot 56} + \dots + \frac{1}{107 \cdot 108} \right) \right] \cdot \frac{180}{7}}.$$

19. Se consideră numărul $a = 9^{2n+1} \cdot 144^n \cdot 16 + 81 \cdot 12^{2n} \cdot 9^{2n} + 25 \cdot 4^{2n+2} \cdot 9^{3n}$, $n \in \mathbb{N}^*$. Arătați că $\sqrt{a}$ este număr natural par, oricare ar fi $n \in \mathbb{N}^*$.

20. Determinați valoarea numărului natural a pentru care $a = \sqrt{1+3+5+7+\dots+2021+2023}$.

1.2. RĂDĂCINA PĂTRATĂ A UNUI NUMĂR RAȚIONAL NENEGATIV

1. Se consideră mulțimea:

$$A = \left\{ -\frac{3}{5}, \sqrt{49}, -\frac{28}{4}, 5, 2, \frac{1}{4}, -2\sqrt{4}, -3\sqrt{9}, \sqrt{81}, -\sqrt{1}, \frac{3}{8}, 0, 15 \right\}.$$

Scrieți elementele mulțimilor: $A \cap \mathbb{N}$; $A \cap \mathbb{Z}$; $A \cap \mathbb{Q}$; $A \cap (\mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z})$; $A \cap (\mathbb{Z} \setminus \mathbb{N})$.

2. Calculați:

a) $\sqrt{\frac{25}{36}}$;

b) $\sqrt{\frac{49}{64}}$;

c) $\sqrt{\frac{9}{169}}$;

d) $\sqrt{\frac{144}{289}}$;

e) $\sqrt{\frac{121}{256}}$;

f) $\sqrt{\frac{324}{625}}$;

g) $\sqrt{1\frac{7}{9}}$;

h) $\sqrt{1\frac{9}{16}}$;

i) $\sqrt{4\frac{21}{25}}$;

j) $\sqrt{2\frac{41}{64}}$;

k) $\sqrt{14\frac{1}{16}}$;

l) $\sqrt{12\frac{24}{25}}$.

3. Calculați:

a) $\sqrt{0,64}$;

b) $\sqrt{1,69}$;

c) $\sqrt{5,76}$;

d) $\sqrt{0,2304}$;

e) $\sqrt{0,2916}$;

f) $\sqrt{4,6656}$;

g) $\sqrt{10,4976}$;

h) $\sqrt{1,1664}$;

i) $\sqrt{6,4516}$.

4. Calculați:

a) $1\frac{2}{3} \cdot \sqrt{0,09} - 2\frac{5}{8} \cdot \sqrt{0,4} + 0,6 \cdot \sqrt{0,5625}$;

b) $1\frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{64}{729}} - \frac{4}{5} \cdot \sqrt{3,0625} + \frac{3}{8} \cdot \sqrt{0,64}$.

5. Calculați:

a) $\sqrt{\frac{1+3+5+7+\dots+2021}{1+3+5+7+\dots+1013}}$;

b) $\sqrt{\frac{1+3+5+7+\dots+75}{1+3+5+7+\dots+37}}$;

c) $\sqrt{\frac{2}{5} \left[\left(\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{63 \cdot 64} \right) - \left(\frac{1}{64 \cdot 65} + \frac{1}{65 \cdot 66} + \dots + \frac{1}{127 \cdot 128} \right) \right]}$;

d) $\sqrt{2 \left[\left(\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{74 \cdot 75} \right) - \left(\frac{1}{75 \cdot 76} + \frac{1}{76 \cdot 77} + \dots + \frac{1}{149 \cdot 150} \right) \right]}$.

6. Calculați numărul:

$$N = \sqrt{(x+y-6)^2} + \sqrt{(x+y+7)^2} - \sqrt{(x-y-5)^2} - \sqrt{(x-y+6)^2},$$

unde x și y sunt numere raționale astfel încât $-2 \leq x \leq 2$ și $-3 \leq y \leq 3$.

I.3. Mulțimea numerelor reale

1. Se consideră mulțimea:

$$A = \left\{ -\frac{4}{7}, -\sqrt{49}, 0,08(3), -\frac{2}{5}, -\sqrt{36}, \frac{-32}{-4}, \frac{\sqrt{81}}{9}, 3, 5, -\sqrt{72}, -\sqrt{147}, \right. \\ \left. \frac{\sqrt{100}}{5}, \sqrt{1,(7)}, \sqrt{12}, -\sqrt{\frac{25}{64}}, -\sqrt{0,(4)} \right\}.$$

Scrieți elementele mulțimilor:

$$A \cap \mathbb{N}; A \cap \mathbb{Z}; A \cap \mathbb{Q}; A \setminus \mathbb{Q}; A \setminus \mathbb{Z}; A \setminus \mathbb{R}; A \cap (\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}); A \cap (\mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z}).$$

2. Se consideră mulțimea:

$$A = \left\{ -\sqrt{16}, \sqrt{81}, -\frac{7}{2}, -\frac{54}{9}, -0,6, \frac{\sqrt{36}}{18}, \frac{\sqrt{49}}{\sqrt{16}}, 1,2(3), \sqrt{2^2 \cdot 3^2}, \sqrt{2^4 \cdot 3^2}, -\sqrt{48}, \sqrt{18}, -\sqrt{24}, -\sqrt{25} \right\}.$$

Scrieți elementele mulțimilor:

$$A \cap \mathbb{N}; A \cap \mathbb{Z}; A \cap \mathbb{Q}; A \setminus \mathbb{Q}; A \setminus \mathbb{R}; A \cap (\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}); A \setminus \mathbb{Z}; A \setminus \mathbb{N}.$$

3. Fie mulțimea:

$$A = \left\{ \sqrt{16}, \sqrt{6\frac{1}{4}}, \sqrt{1\frac{5}{16}}, \sqrt{1\frac{24}{25}}, \sqrt{7\frac{1}{9}}, \sqrt{0,(4)}, \sqrt{4\frac{3}{4}}, \sqrt{2^4 \cdot 3^2}, \sqrt{(-8)^2} \right\}.$$

Scrieți elementele mulțimilor $A \cap \mathbb{N}; A \cap \mathbb{Q}; A \cap (\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q})$.

4. Determinați elementele mulțimilor:

$$A = \{x \in \mathbb{N} \mid |x| \leq 6\};$$

$$B = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| \leq 3\};$$

$$C = \{x \in \mathbb{R} \mid |x| = 8\};$$

$$D = \{x \in \mathbb{Z} \mid 2 \leq |x| < 7\}.$$

5. Arătați că numărul x este irațional în fiecare dintre cazurile:

a) $x = \sqrt{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot \dots \cdot 2021 + 2022};$

b) $x = \sqrt{(1+3+5+7+\dots+2023)+2024}.$

6. Arătați că numerele de mai jos sunt iraționale:

a) $\sqrt{2};$

b) $\sqrt{3};$

c) $6\sqrt{2};$

d) $-4\sqrt{3}.$

7. Arătați că numerele de mai jos sunt iraționale:

a) $4 - \sqrt{2};$

b) $5 - 2\sqrt{2};$

c) $3\sqrt{3} + 5;$

d) $3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}.$

8. Demonstrați că, pentru orice număr natural n , următoarele numere sunt iraționale:

a) $\sqrt{5n+8};$

b) $\sqrt{10n+3};$

c) $\sqrt{15n-7};$

d) $\sqrt{5^n+2}.$

I.4. REGULI DE CALCUL CU RADICALI

Produsul radicalilor

Dacă $a \geq 0$ și $b \geq 0$, atunci $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$.

Consecință: $(\sqrt{a})^n = \sqrt{a^n}$, $n \in \mathbb{N}$; $\sqrt{a^2} = |a|$, pentru orice $a \in \mathbb{R}$.

Atenție! Dacă $a > 0$ și $b > 0$, atunci $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$, dar nu avem niciodată $\sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{a^2} + \sqrt{b^2}$. Această egalitate este falsă. Întotdeauna avem $\sqrt{a^2 + b^2} \neq \sqrt{a^2} + \sqrt{b^2}$.

1. Efectuați calculele:

a) $\sqrt{12} \cdot \sqrt{1,5} \cdot \sqrt{2}$;	b) $\sqrt{1\frac{7}{9}} \cdot \sqrt{2\frac{1}{4}} \cdot \sqrt{1\frac{9}{16}}$;	c) $\sqrt{5,76} \cdot \sqrt{2,25} \cdot \sqrt{0,16}$;
d) $\sqrt{3,6} \cdot \sqrt{6,4} \cdot \sqrt{6,25}$;	e) $\sqrt{0,08(3)} \cdot \sqrt{10} \cdot \sqrt{0,8(3)}$;	f) $\sqrt{5} \cdot \sqrt{18} \cdot \sqrt{10}$.

2. Calculați:

a) $\sqrt{2,4} \cdot \sqrt{0,8(3)} \cdot \sqrt{4,5}$;	b) $\sqrt{\frac{8}{15}} \cdot \sqrt{6,25} \cdot \sqrt{1\frac{23}{25}}$;	c) $\sqrt{1\frac{1}{8}} \cdot \sqrt{3\frac{6}{25}} \cdot \sqrt{3,125}$;
d) $\sqrt{6,3} \cdot \sqrt{7} \cdot \sqrt{3,6}$;	e) $\sqrt{3,24} \cdot \sqrt{2,56} \cdot \sqrt{6,25}$;	f) $\sqrt{6,25} \cdot \sqrt{2,(7)} \cdot \sqrt{5,76}$.

Cățul radicalilor

Oricare ar fi $a \geq 0$ și $b \geq 0$, avem $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ sau $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$.

Consecință: $\left(\sqrt{\frac{a}{b}}\right)^n = \frac{\sqrt{a^n}}{\sqrt{b^n}} = \frac{(\sqrt{a})^n}{(\sqrt{b})^n}$, $n \in \mathbb{N}$.

1. Calculați:

a) $\sqrt{972} : \sqrt{3}$;	b) $\sqrt{180} : \sqrt{5}$;	c) $\sqrt{343} : \sqrt{7}$;	d) $\sqrt{384} : \sqrt{6}$;
e) $\sqrt{405} : \sqrt{5}$;	f) $\sqrt{864} : \sqrt{6}$;	g) $\sqrt{1728} : \sqrt{3}$;	h) $\sqrt{1176} : \sqrt{6}$.

2. Calculați:

a) $\sqrt{2^5 \cdot 3^7} : \sqrt{2^3 \cdot 3^5}$;	b) $\sqrt{3^7 \cdot 5^5} : \sqrt{3^3 \cdot 5}$;	c) $\sqrt{2^7 \cdot 5^3} : \sqrt{2^3 \cdot 5}$;
d) $\sqrt{2^5 \cdot 3^3} : \sqrt{2 \cdot 3}$;	e) $\sqrt{2^7 \cdot 5^5} : \sqrt{2^3 \cdot 5^3}$;	f) $\sqrt{3^5 \cdot 5^7} : \sqrt{3 \cdot 5^5}$.

3. Calculați, scriind sub un singur radical:

a) $\frac{\sqrt{300}}{\sqrt{12}}$;	b) $\frac{\sqrt{540}}{\sqrt{15}}$;	c) $\frac{\sqrt{288}}{\sqrt{18}}$;	d) $\frac{\sqrt{294}}{\sqrt{6}}$;	e) $\frac{\sqrt{768}}{\sqrt{12}}$;
f) $\frac{\sqrt{1215}}{\sqrt{15}}$;	g) $\frac{\sqrt{2592}}{\sqrt{18}}$;	h) $\frac{\sqrt{4536}}{\sqrt{14}}$;	i) $\frac{\sqrt{968}}{\sqrt{8}}$;	j) $\frac{\sqrt{192}}{\sqrt{12}}$.

I.5. SCOATEREA FACTORILOR DE SUB RADICAL

Dacă $n \geq 0$ și $n = a^2 \cdot b$, atunci $\sqrt{n} = \sqrt{a^2 b} = |a|\sqrt{b}$ pentru $a > 0$ și $\sqrt{n} = -a\sqrt{b}$ pentru $a < 0$.

1. Scoateți factorii de sub radical:

- a) $\sqrt{12}$; b) $\sqrt{18}$; c) $\sqrt{48}$; d) $\sqrt{162}$; e) $\sqrt{243}$; f) $\sqrt{72}$;
g) $\sqrt{75}$; h) $\sqrt{288}$; i) $\sqrt{192}$; j) $\sqrt{450}$; k) $\sqrt{98}$; l) $\sqrt{200}$.

2. Scoateți factorii de sub radical:

- a) $\sqrt{24}$; b) $\sqrt{216}$; c) $\sqrt{54}$; d) $\sqrt{486}$; e) $\sqrt{864}$; f) $\sqrt{96}$;
g) $\sqrt{150}$; h) $\sqrt{294}$; i) $\sqrt{600}$; j) $\sqrt{1014}$; k) $\sqrt{726}$; l) $\sqrt{1176}$.

3. Introduceți factorii sub radical:

- a) $3\sqrt{2}$; b) $6\sqrt{2}$; c) $4\sqrt{2}$; d) $7\sqrt{2}$; e) $11\sqrt{2}$; f) $14\sqrt{2}$;
g) $8\sqrt{3}$; h) $12\sqrt{3}$; i) $9\sqrt{3}$; j) $14\sqrt{3}$; k) $16\sqrt{3}$; l) $18\sqrt{3}$;
m) $5\sqrt{6}$; n) $2\sqrt{6}$; o) $4\sqrt{6}$; p) $8\sqrt{6}$; q) $3\sqrt{6}$; r) $7\sqrt{6}$.

4. Calculați:

- a) $\sqrt{(1-\sqrt{5})^2} + \sqrt{(\sqrt{5}-3)^2}$; b) $\sqrt{(\sqrt{7}-4)^2} + \sqrt{(2-\sqrt{7})^2}$;
c) $\sqrt{(\sqrt{8}-4)^2} + \sqrt{(\sqrt{18}-6)^2} + \sqrt{(\sqrt{50}-8)^2} + 5\sqrt{(1-\sqrt{8})^2}$.

5. Arătați că numărul $A = \sqrt{(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)+1}$ este număr rațional, oricare ar fi $x \in \mathbb{Q}$.

I.6. OPERAȚII CU NUMERE REALE

1. Calculați $a + b$ și $a - b$, știind că:

- a) $a = 14\sqrt{3} - 16\sqrt{3} + 17\sqrt{3} - 13\sqrt{3} - 10\sqrt{3} + 18\sqrt{3}$; $b = 8\sqrt{3} - 10\sqrt{3} - 12\sqrt{3} + 16\sqrt{3} - 14\sqrt{3} + 11\sqrt{3}$;
b) $a = 6\sqrt{2} + 17\sqrt{2} - 21\sqrt{2} - 14\sqrt{2} + 15\sqrt{2} - 10\sqrt{2}$; $b = 9\sqrt{2} - 21\sqrt{2} + 15\sqrt{2} - 14\sqrt{2} + 18\sqrt{2} - 12\sqrt{2}$;
c) $a = 17\sqrt{6} - 19\sqrt{6} + 11\sqrt{6} - 14\sqrt{6} - 16\sqrt{6} + 12\sqrt{6}$; $b = 12\sqrt{6} - 9\sqrt{6} + 7\sqrt{6} - 14\sqrt{6} + 16\sqrt{6} - 13\sqrt{6}$.

2. a) Calculați numărul $n = 2a - 3b$, unde:

$$a = 9\sqrt{3} - 3\sqrt{3} - 7\sqrt{3} + 6\sqrt{3} \text{ și } b = 10\sqrt{3} - 4\sqrt{3} + 6\sqrt{3} - 8\sqrt{3} - 3\sqrt{3}.$$

b) Calculați numărul $n = 3a + 2b$, unde:

$$a = 8\sqrt{6} - 10\sqrt{6} + 6\sqrt{6} - 3\sqrt{6} + 7\sqrt{6} - 5\sqrt{6} \text{ și } b = -7\sqrt{6} + 11\sqrt{6} - 13\sqrt{6} + 6\sqrt{6} - 5\sqrt{6} + 4\sqrt{6}.$$

3. Efectuați calculele:

- a) $16(\sqrt{3} - 2\sqrt{2}) + 13(2\sqrt{3} - 3\sqrt{2}) - 5(3\sqrt{3} - 4\sqrt{2})$;
b) $3(4\sqrt{3} - 3\sqrt{6}) - 5(3\sqrt{3} + 4\sqrt{6}) + 2(3\sqrt{3} + 7\sqrt{6})$.

4. Calculați produsul $A \cdot B$ și raportul $\frac{A}{B}$, dacă:

a) $A = \sqrt{8}(\sqrt{432} - \sqrt{300} + \sqrt{108} - \sqrt{147})$; $B = \sqrt{12}(\sqrt{98} - \sqrt{128} + \sqrt{32} - \sqrt{50})$;

b) $A = \sqrt{48}(\sqrt{32} - \sqrt{72} + \sqrt{162} - \sqrt{288})$; $B = \sqrt{8}(\sqrt{192} - \sqrt{108} + \sqrt{75} - \sqrt{243})$.

5. Calculați $a + b$ și $a - b$, știind că:

a) $a = 3\sqrt{150}(8\sqrt{50} - 10\sqrt{48} + 7\sqrt{108} - 6\sqrt{98})$; $b = 4\sqrt{54}(8\sqrt{72} - 11\sqrt{32} + 4\sqrt{75} - 3\sqrt{192})$;

b) $a = 5\sqrt{24}(5\sqrt{75} - 3\sqrt{243} - 3\sqrt{432} + 4\sqrt{192})$; $b = 3\sqrt{216}(5\sqrt{128} - 6\sqrt{200} + 4\sqrt{162} - 3\sqrt{72})$.

6. Calculați $a \cdot b$, unde:

a) $a = 3\sqrt{32} + 6\sqrt{108} - 7\sqrt{27} - 5\sqrt{72}$; $b = 7\sqrt{27} - 3\sqrt{12} + 8\sqrt{32} - 2\sqrt{98}$;

b) $a = 3\sqrt{288} - 4\sqrt{50} - 2\sqrt{128} + 5\sqrt{32}$; $b = 3\sqrt{192} - 4\sqrt{75} - 8\sqrt{27} + 3\sqrt{108}$.

7. Calculați produsul $x \cdot y$ și raportul $\frac{x}{y}$, unde:

a) $x = \sqrt{150}(\sqrt{432} - \sqrt{300} + \sqrt{147} - \sqrt{192})$; $y = \sqrt{96}(\sqrt{288} - \sqrt{162} + \sqrt{32} - \sqrt{128})$;

b) $x = 4\sqrt{54}(6\sqrt{75} - 5\sqrt{108} + 4\sqrt{50} - 3\sqrt{98})$; $y = 3\sqrt{150}(4\sqrt{108} - 3\sqrt{192} + 6\sqrt{50} - 8\sqrt{32})$.

8. Calculați produsul $x \cdot y$, unde:

a) $x = 5\sqrt{192} - 4\sqrt{432} + 8\sqrt{27} - 6\sqrt{75} + 6\sqrt{27}$; $y = 3\sqrt{72} - 6\sqrt{128} + 4\sqrt{50} + 8\sqrt{18} - 2\sqrt{32}$;

b) $x = 3\sqrt{384} - 6\sqrt{216} - 2\sqrt{150} + 4\sqrt{24} + 5\sqrt{54}$; $y = 4\sqrt{288} - 5\sqrt{128} - 8\sqrt{8} + 6\sqrt{50} - 6\sqrt{32}$;

c) $x = 5\sqrt{216} - 4\sqrt{54} - 3\sqrt{24} - 2\sqrt{384} + \sqrt{150}$; $y = 3\sqrt{432} - 4\sqrt{192} - 7\sqrt{27} + 5\sqrt{75} - 4\sqrt{48}$.

1.7. RAȚIONALIZAREA NUMITORULUI UNEI FRAȚII

1. Raționalizați numitorii fracțiilor:

a) $\frac{9}{\sqrt{3}}$; b) $-\frac{12}{3\sqrt{3}}$; c) $\frac{24}{2\sqrt{2}}$; d) $\frac{12}{2\sqrt{3}}$; e) $\frac{18}{3\sqrt{2}}$; f) $\frac{30}{3\sqrt{6}}$;

g) $\frac{30}{2\sqrt{5}}$; h) $-\frac{48}{\sqrt{27}}$; i) $-\frac{45}{\sqrt{75}}$; j) $-\frac{64}{\sqrt{48}}$; k) $\frac{56}{\sqrt{84}}$; l) $\frac{48}{\sqrt{56}}$.

2. Raționalizați numitorii fracțiilor:

a) $\frac{42}{7\sqrt{3}}$; b) $\frac{6}{2\sqrt{3}}$; c) $\frac{18}{3\sqrt{3}}$; d) $\frac{54}{6\sqrt{6}}$; e) $\frac{84}{6\sqrt{7}}$; f) $\frac{24}{4\sqrt{6}}$;

g) $\frac{18}{2\sqrt{6}}$; h) $\frac{9}{\sqrt{27}}$; i) $\frac{24}{3\sqrt{54}}$; j) $\frac{12}{\sqrt{48}}$; k) $\frac{12}{3\sqrt{6}}$; l) $\frac{45}{5\sqrt{27}}$.

3. Calculați:

a) $\left(\frac{6}{3\sqrt{3}} + \frac{12}{6\sqrt{3}} + \frac{18}{4\sqrt{3}} + \frac{9}{2\sqrt{3}}\right) - \left(\frac{40}{12\sqrt{3}} - \frac{9}{3\sqrt{3}} - \frac{6}{4\sqrt{3}}\right)$;

b) $\left(\frac{18}{4\sqrt{2}} - \frac{30}{6\sqrt{2}}\right) - \left(\frac{15}{5\sqrt{2}} + \frac{8}{2\sqrt{2}} - \frac{4}{3\sqrt{2}} - \frac{45}{30\sqrt{2}}\right)$.

4. Calculați:

a) $\left(\frac{2}{\sqrt{10}} - \frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{8}}\right) - \left(\frac{5\sqrt{2}}{2\sqrt{5}} - \frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{125}}\right);$

b) $\left(\frac{5}{\sqrt{6}} - \frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{8}}\right) + \left(\frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{27}} - \frac{7\sqrt{2}}{3\sqrt{3}}\right);$

c) $\left(\frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{3}} - \frac{7\sqrt{2}}{6\sqrt{3}}\right) - \left(\frac{5\sqrt{2}}{2\sqrt{3}} - \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right);$

d) $\left(\frac{7\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} - \frac{11\sqrt{3}}{6\sqrt{2}}\right) + \left(\frac{5\sqrt{3}}{3\sqrt{2}} - \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\right).$

5. Calculați:

a) $\left(\frac{8}{5\sqrt{6}} + \frac{6}{\sqrt{54}} - \frac{4}{\sqrt{24}}\right) - \left(\frac{16}{15\sqrt{6}} + \frac{8}{3\sqrt{54}}\right);$

b) $\left(\frac{9}{2\sqrt{6}} + \frac{33}{10\sqrt{6}} - \frac{8}{3\sqrt{6}}\right) - \left(\frac{4}{\sqrt{6}} - \frac{8}{3\sqrt{6}}\right) - \left(\frac{16}{5\sqrt{6}} + \frac{3}{\sqrt{6}}\right).$

6. Calculați:

a) $\left(\frac{15}{5\sqrt{2}} + \frac{6}{3\sqrt{2}}\right) - \left(\frac{21}{3\sqrt{2}} + \frac{6}{4\sqrt{2}} - \frac{31}{2\sqrt{2}}\right);$

b) $\left(\frac{8}{2\sqrt{6}} - \frac{4}{3\sqrt{6}} - \frac{3}{\sqrt{6}}\right) - \left(\frac{6}{3\sqrt{54}} - \frac{12}{2\sqrt{54}}\right);$

c) $\left(\frac{4}{3\sqrt{2}} + \frac{6}{\sqrt{8}}\right) - \left(\frac{6}{2\sqrt{2}} - \frac{12}{3\sqrt{2}} - \frac{8}{4\sqrt{2}}\right).$

7. Calculați:

a) $\left(\frac{9}{\sqrt{27}} - \frac{12}{\sqrt{48}} - \frac{24}{8\sqrt{3}}\right) - \left(\frac{15}{5\sqrt{3}} - \frac{3}{\sqrt{12}} + \frac{45}{\sqrt{75}}\right);$ b) $\left(\frac{18}{4\sqrt{2}} + \frac{16}{6\sqrt{2}} - \frac{18}{3\sqrt{2}}\right) - \left(\frac{12}{4\sqrt{2}} + \frac{5}{2\sqrt{2}} - \frac{3}{\sqrt{2}}\right).$

8. Calculați:

a) $\left(\frac{3}{\sqrt{2}} - \frac{2}{\sqrt{3}}\right) \cdot \sqrt{6} - \left(\frac{3}{\sqrt{3}} - \frac{2}{\sqrt{5}}\right) \cdot \sqrt{15} + \left(\frac{4}{\sqrt{5}} + \frac{3}{\sqrt{2}}\right) \cdot \sqrt{10};$

b) $\left(\frac{3}{2\sqrt{6}} - \frac{2}{3\sqrt{6}}\right) \cdot \sqrt{3} - \left(\frac{\sqrt{54}}{6} - \frac{15}{6\sqrt{6}}\right) \cdot 2\sqrt{3} + \frac{3\sqrt{2}}{6}.$

9. Efectuați calculele:

a) $\left(\frac{5\sqrt{6} + 6\sqrt{3}}{6\sqrt{3}} - \frac{3\sqrt{6} + 4\sqrt{3}}{4\sqrt{3}}\right) \cdot \left(\frac{12}{\sqrt{6}} - \frac{3}{2\sqrt{6}} + \frac{18}{3\sqrt{6}} - \frac{17}{2\sqrt{6}}\right);$

b) $\left(\frac{3\sqrt{6} + 2\sqrt{3}}{6\sqrt{3}} - \frac{5\sqrt{6} + 4\sqrt{3}}{12\sqrt{3}}\right) \cdot \left(\frac{8}{6\sqrt{2}} - \frac{4}{3\sqrt{2}} + \frac{7}{10\sqrt{2}} - \frac{6}{5\sqrt{2}}\right);$

c) $\left(\frac{4\sqrt{2}}{5\sqrt{3}} - \frac{6\sqrt{3}}{5\sqrt{2}}\right) - \left(\frac{5\sqrt{2}}{4\sqrt{3}} - \frac{7\sqrt{3}}{6\sqrt{2}} - \frac{3\sqrt{2}}{2\sqrt{3}}\right);$

d) $\sqrt{48} - \left(\frac{8}{\sqrt{32}} - \frac{9}{\sqrt{243}}\right) \cdot \sqrt{6} - \left(\frac{8}{\sqrt{192}} - \frac{6}{\sqrt{432}}\right) \cdot \sqrt{96} + \sqrt{18}.$